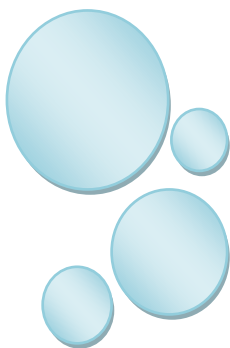


Geometrie



Mgr. Jarmila Zelená

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



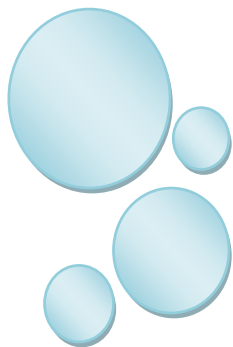
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obvody a obsahy rovinných obrazců



VY_32_INOVACE_05_3_11_M2

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obvody a obsahy rovinných obrazců

Přehled vzorců:

Trojúhelník

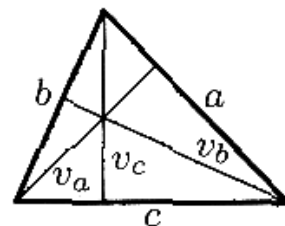
$$o = a + b + c$$

$$S = \frac{1}{2}a \cdot v_a = \frac{1}{2}b \cdot v_b = \frac{1}{2}c \cdot v_c$$

Heronův vzorec

$$S = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)},$$

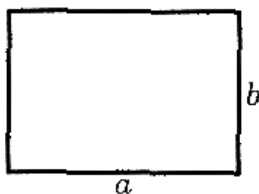
kde $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$



Obdélník

$$o = 2 \cdot (a + b)$$

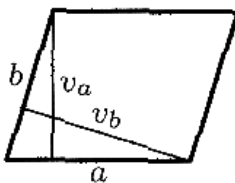
$$S = a \cdot b$$



Kosodélník

$$o = 2 \cdot (a + b)$$

$$S = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

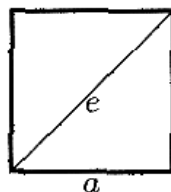


Čtverec

$$o = 4 \cdot a$$

$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2}e^2$$

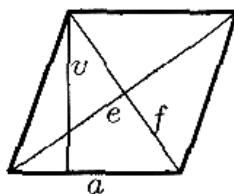


Kosočtverec

$$o = 4 \cdot a$$

$$S = a \cdot v$$

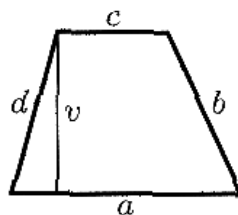
$$S = \frac{1}{2}e \cdot f$$



Lichoběžník

$$o = a + b + c + d$$

$$S = \frac{1}{2}(a + c) \cdot v$$

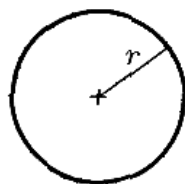


Kruh

$$d = 2r$$

$$o = 2\pi r = \pi d$$

$$S = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$$



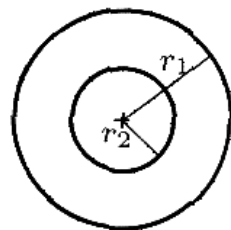
Mezikruží

$$d_1 = 2r_1$$

$$d_2 = 2r_2$$

$$S = \pi(r_1^2 - r_2^2)$$

$$S = \frac{1}{4}\pi(d_1^2 - d_2^2)$$



Řešené příklady:

1. V kosočtverci, jehož obsah je 864cm^2 je jedna úhlopříčka o 12 cm kratší než druhá. Určete délky úhlopříček a stranu kosočtverce.

$$u_1 = x$$

$$u_2 = x - 12$$

$$S = \frac{u_1 \cdot u_2}{2}$$

$$S = \frac{x \cdot (x - 12)}{2}$$

$$864 = \frac{x^2 - 12x}{2}$$

$$x^2 - 12x - 1728 = 0$$

$$(x - 48) \cdot (x + 36) = 0$$

$$x_1 = 48; x_2 = -36 \in \emptyset$$

$$u_1 = 48\text{cm}$$

$$u_2 = 48 - 12 = 36\text{cm}$$

$$a^2 = \left(\frac{u_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{2}\right)^2$$

$$a = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30\text{cm}$$

2. Obdélník má obvod 46 cm a úhlopříčku $u = 17$ cm. Vypočítej jeho obsah.

$$a = x; b = y$$

$$x^2 + y^2 = 17^2$$

$$\underline{2(x + y) = 46}$$

$$y = 23 - x$$

$$x^2 + (23 - x)^2 = 289$$

$$x^2 + 529 - 46x + x^2 - 289 = 0$$

$$2x^2 - 46x + 240 = 0$$

$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

$$(x - 15) \cdot (x - 8) = 0$$

$$x_1 = 15; x_2 = 8$$

$$a = 15\text{cm}; b = 8\text{cm}$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = 15 \cdot 8 = 120\text{cm}^2$$

Obsah obdélníku je 120 cm^2 .

3. Jeden čtvereční metr plechu o tloušťce 3 mm má hmotnost 24 kg.
Vypočítejte hmotnost kruhové desky o poloměru 1,2 m zhotoveného z tohoto plechu.

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = 1,44\pi \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 24 \text{ kg}$$

$$\underline{1,44\pi \dots\dots\dots \mathbf{x}}$$

$$\mathbf{x} = 1,44\pi \cdot 24 = 108,57$$

Hmotnost kruhové desky je asi 108,57 kg.

4. Obrázek čtvercového formátu je nalepen na tvrdé podložce s rozměry 8 cm a 12 cm a zaujímá 66,7 % plochy podložky. Vypočítejte rozměry obrázku.

Obsah podložky	$S = a \cdot b$	100%.....96
	$S = 8 \cdot 12 = 96cm^2$	<u>66,7%.....x</u>
		$x = \frac{96 \cdot 66,7}{100}$
		$x = 64,032cm^2$

Hledáme délku strany čtverce o obsahu $64,032cm^2$.

$$S = a^2$$

$$a = \sqrt{S}$$

$$a = \sqrt{64,032}$$

$$a = 8cm$$

Obrázek má tvar čtverce o straně přibližně 8 cm.

Příklady k procvičení:

1. Všechny stěny kuchyně chceme obložit do výšky 1,2 m čtvercovými obkladačkami o straně 15 cm. V kuchyni jsou dvojě dveře široké 90 cm. Kolik jich koupíme, jestliže počítáme s 5% ztrátou? Rozměry podlahy jsou 3,2 m a 2,1 m. [493 kusů]
2. Vypočtěte obvod a obsah pravidelného osmiúhelníku, je-li dán poloměr kružnice vepsané 15 cm. [99,44 cm; 745,8 cm²]
3. V rovnoramenném lichoběžníku je poměr základů 5:3, strana $b = 26$ cm, $v = 24$ cm. Vypočtěte obsah. [960 cm²]

4. Vypočtete obvod trojúhelníka ABC, je-li jeho obsah 84 cm^2 a strany jsou v poměru 10:17:21. [48 cm]
5. Vypočtete obsah obdélníku, je-li délka jeho úhlopříčky $73,8 \text{ cm}$ a úhel sevřený úhlopříčkami je 36° . [1600,56 cm^2]
6. Sál obdélníkového půdorysu měl jeden rozměr o 20 m delší než druhý. Po přestavbě se délka sálu zmenšila o 5 m a zároveň se šířka zvětšila o 10 m . Obsah podlahy se tak zvětšil o 300 m^2 . Jaké byly původní rozměry sálu? [50 a 30 m]
7. Vypočtete obsah, stranu a výšku kosočtverce, jsou-li délky úhlopříček $4,8 \text{ cm}$ a $7,2 \text{ cm}$. [17,28 cm^2 ; $a = 4 \text{ cm}$; $v = 4 \text{ cm}$]

8. Kolem kruhového pískoviště, které má průměr 12 m, je vybetonován chodník šířky 1 m. Vypočítejte spotřebu betonu, jestliže na 1 m^2 se spotřebuje 50 kg betonu. [2 041 kg]
9. Zahrada má tvar obdélníku a má obvod 130 m a obsah $800,25 \text{ m}^2$. Vypočítejte rozměry zahrady. [48,5 a 16,5 m]
10. Obsah kruhu je $38,465 \text{ cm}^2$. Vypočtěte obvod. [21,98 cm]