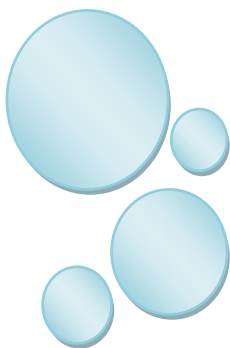


Geometrie



Petra Drápelová

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



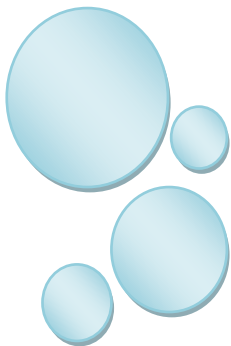
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Trojúhelník – základní pojmy a vlastnosti



VY_32_INOVACE_05_3_05_M2

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

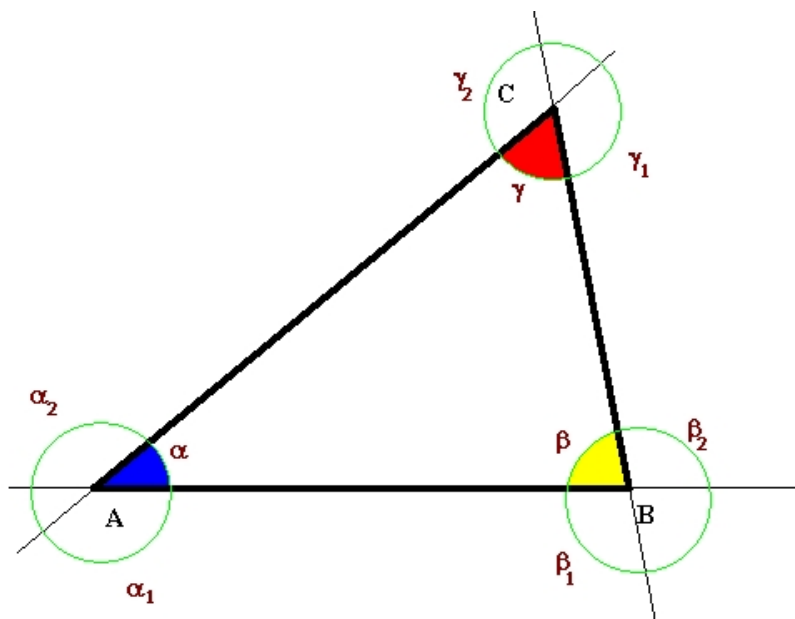


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Definice

Trojúhelník je část roviny ohraničená 3 stranami.



A, B, C ... vrcholy
trojúhelníku
 α, β, γ ... vnitřní
úhly trojúhelníku
 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$
... vnější úhly
trojúhelníku

VLASTNOSTI TROJÚHELNÍKU

- 1) Součet dvou libovolných stran trojúhelníku je vždy větší než strana třetí.
(trojúhelníková nerovnost)
- 2) Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je 180° .
- 3) Součet dvou vnitřních úhlů se rovná vnějšímu úhlu u zbývajícího vrcholu.
- 4) Proti většímu úhlu leží větší strana.

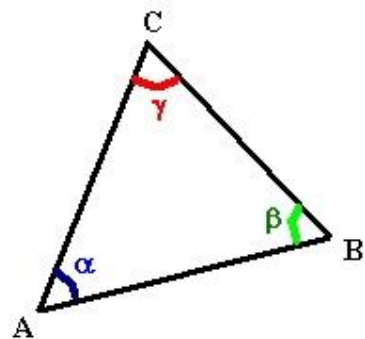
ROZDĚLENÍ TROJÚHELNÍKU

Podle stran:

- **rovnostranný**
- **rovnoramenný**
- **obecný**

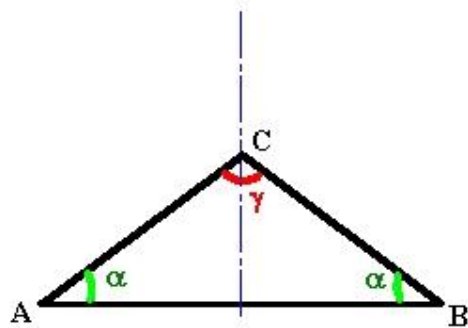
Rovnostranný trojúhelník – všechny strany a vnitřní úhly jsou shodné.

Rovnoramenný trojúhelník – má shodná ramena a úhly při základně.



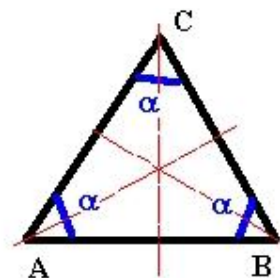
$$a \neq b \neq c$$

.....



$$a = b$$

.....

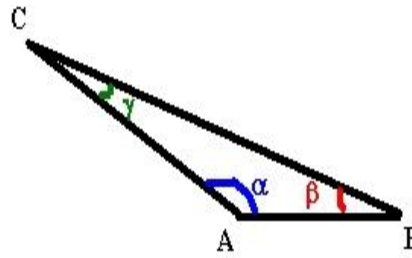
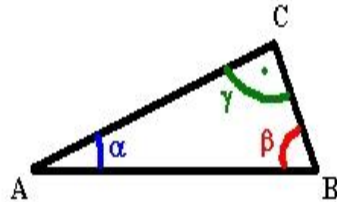
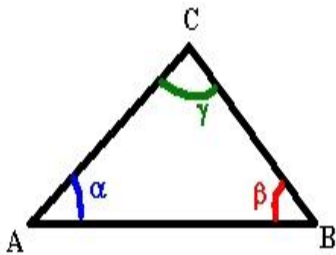


$$a = b = c$$

.....

Podle úhlů:

- ostroúhlý
- pravoúhlý
- tupoúhlý



OBVOD A OBSAH TROJÚHELNÍKU

Obecný trojúhelník:

Obvod:

$$o = a + b + c$$

Obsah:

$$S = \frac{1}{2}av_a = \frac{1}{2}bv_b = \frac{1}{2}cv_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma = \frac{1}{2}bc \sin \alpha = \frac{1}{2}ac \sin \beta$$

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \dots \text{Heronův vzorec} \dots s = \frac{1}{2}o$$

Poloměr kružnice opsané:

$$r = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{ab}{2v_c} = \frac{abc}{4S} \dots \dots \text{CZ}$$

Poloměr kružnice vepsané:

$$\rho = \frac{S}{s} = (s-a) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \dots \dots \text{CZ}$$

VĚTY O SHODNOSTI

sss – dva trojúhelníky jsou shodné, shodují-li se ve všech třech stranách.

sus - dva trojúhelníky jsou shodné, shodují-li se ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném.

usu - dva trojúhelníky jsou shodné, shodují-li se v jedné straně a obou úhlech k ní přilehlých.

Ssu - dva trojúhelníky jsou shodné, shodují-li se ve dvou stranách a úhlu proti větší z nich.

VĚTY O PODOBNOSTI

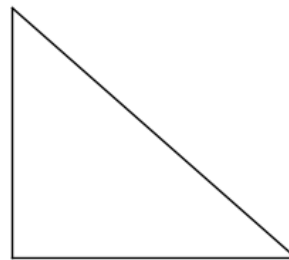
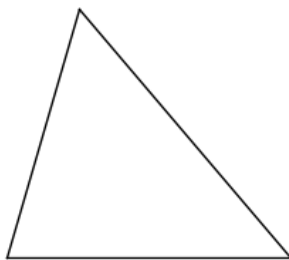
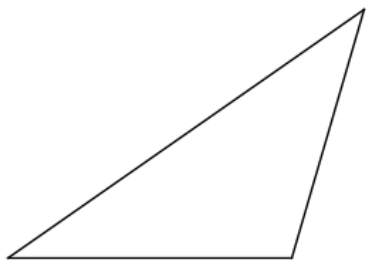
sss – dva trojúhelníky ABC a $A^I B^I C^I$ jsou podobné, shodují-li se v poměru délek každých dvou stran.

uu - dva trojúhelníky ABC a $A^I B^I C^I$ jsou podobné, shodují-li se ve dvou úhlech.

sus - dva trojúhelníky ABC a $A^I B^I C^I$ jsou podobné, shodují-li se v jednom úhlu a poměru délek stran ležících na jeho ramenech.

Příklad

Podle velikosti vnitřních úhlů: úhломěrem určete velikosti vnitřních úhlů jednotlivých trojúhelníků a přiřadte názvy: ostroúhlý trojúhelník, pravouhlý trojúhelník, tupouhlý trojúhelník



Příklad

Jsou uvedená čísla v centimetrech velikosti stran trojúhelníku:

- a) 4; 5; 8
- b) 4; 6; 11
- c) 5; 7; 12
- d) 2; 2; 3
- e) 4; 8; 10

[*ano; ne; ne; ano; ano*]

Příklad

Vypočtěte velikosti vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníku ABC, víte-li, že:

a) poměr vnitřních úhlů je $2 : 3 : 5$

$[36^\circ; 54^\circ; 90^\circ; 144^\circ; 126^\circ; 90^\circ]$

b) poměr vnějších úhlů je $5 : 7 : 8$

$[36^\circ; 54^\circ; 90^\circ; 144^\circ; 126^\circ; 90^\circ]$

c) vnitřní úhly mají velikost $\alpha; 2\alpha; 6\alpha$

$[20^\circ; 40^\circ; 120^\circ; 160^\circ; 140^\circ; 60^\circ]$

Příklad

Vypočtěte velikosti zbývajících vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníku ABC, víte-li, že:

a) $\alpha = 60^\circ; \beta' = 100^\circ$

$[\alpha' = 120^\circ; \beta = 80^\circ; \gamma = 40^\circ; \gamma' = 90^\circ]$

b) $\alpha = 97^\circ; \beta = 99^\circ$

$[neexistuje]$

Příklad

Vnější úhel při základně rovnoramenného trojúhelníku je dvojnásobek velikosti úhlu při hlavním vrcholu. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku. $[60^\circ]$

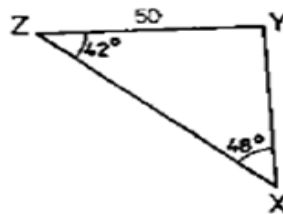
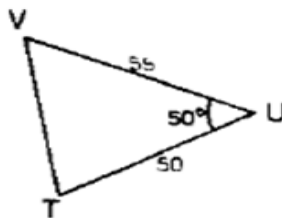
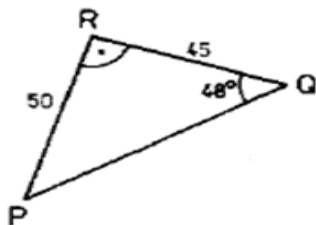
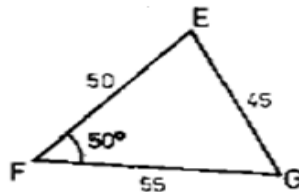
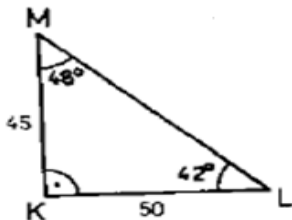
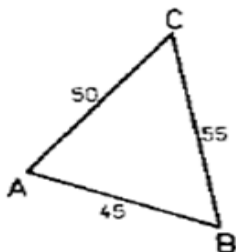
Vypočtěte obsah trojúhelníku ABC, je-li $a = 7\text{cm}$, $b = 5\text{ cm}$, $v_a = 4\text{ cm}$.
 $[S = 14\text{cm}^2]$

Vypočtěte zbývající údaje: $S = 80\text{ cm}^2$, $v_a = 8\text{ cm}$, $v_b = 10\text{ cm}$, $c = 19\text{ cm}$ (o).
 $[o = 55\text{cm}]$

Vypočtěte zbývající údaje: $a = 4\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$, $v_a = 5\text{ cm}$, $v_c = 8\text{cm}$,
(S ; c ; v_b ; o ; r ; ρ) $[S = 10\text{cm}^2; c = 2,5\text{cm}; \rho = 1,74\text{cm}; v_b = 4\text{cm}; r = 1,2\text{cm}; o = 55\text{cm}]$

Příklad

Na obrázku vyhledejte shodné trojúhelníky a shodnost запиšte.



Příklad

Sestrojte trojúhelník ABC, znáte-li, $a = 6 \text{ cm}$ $v_a = 5 \text{ cm}$ $r = 4 \text{ cm}$.