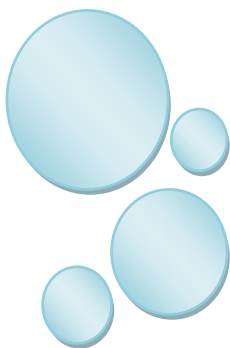


# Funkce



Mgr. Jarmila Zelená

Gymnázium, SOŠ a VOŠ  
Ledeč nad Sázavou



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



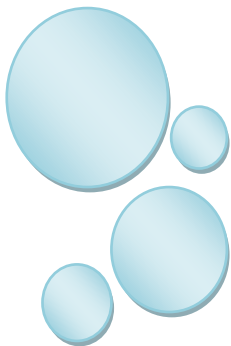
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Logaritmické funkce



VY\_32\_INOVACE\_05\_2\_07\_M2

Gymnázium, SOŠ a VOŠ  
Ledeč nad Sázavou



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Logaritmické funkce

Logaritmická funkce o základu  $a$  je funkce inverzní k exponenciální funkci  $y = a^x$ , kde  $a$  je libovolné kladné číslo různé od jedné,  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Logaritmus čísla  $x$  při základu  $a$  je takové číslo  $y$ , pro které platí  $a^y = x$ , tedy

$$y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

Nejčastěji používané funkce:

- o základu  $a = 10$ , logaritmus se nazývá **dekadický** a značí se  $y = \log x$
- o základu  $a = e$ , logaritmus se nazývá **přírozený** a značí se  $y = \ln x$

# Pravidla pro počítání s logaritmy:

---

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log 10 = 1$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln 1 = 0$$

# Transformace grafu funkce

---

Je dána funkce  $y = f(x)$ , jejíž graf je možné transformovat takto:

1.  $y = -f(x)$  - symetrické překlopení grafu funkce podle osy  $x$
2.  $y = f(-x)$  - symetrické překlopení grafu funkce podle osy  $y$
3.  $y = f(x) + c$  - posun grafu funkce po ose  $y$ : pro  $c > 0$  „nahoru“, pro  $c < 0$  „dolů“
4.  $y = f(x + c)$  - posun grafu funkce po ose  $x$  tak, že bod  $[0; 0]$  se posune do bodu  $[-c; 0]$ , tj. do bodu, kde se „závorka“ (argument, exponent, ...) vynuluje

5.  $y = |f(x)|$  - v bodech, kde je  $f(x) \geq 0$  zůstává graf beze změny, v bodech, kde je  $f(x) < 0$  dojde k jeho překlopení podél osy  $x$

6.  $y = f(|x|)$  - v bodech, kde je  $x \geq 0$  zůstává graf beze změny, v bodech, kde je  $x < 0$  dojde k jeho překlopení podél osy  $y$

7.  $y = k \cdot f(x)$ ,  $k \in \mathbb{R} - \{0\}$

$k > 0$        $k \in (0; 1)$  stlačení ve směru osy  $y$

$k > 1$       roztažení ve směru osy  $y$

$k < 0$        $k \in (-1; 0)$  stlačení ve směru osy  $y$  a překlopení podle osy  $x$

$k < -1$       roztažení ve směru osy  $y$  a překlopení podle osy  $x$

8.  $y = f(k.x), k \in \mathbb{R} - \{0\}$

$k > 0$        $k \in (0; 1)$     roztažení ve směru osy  $x$

$k > 1$       stlačení ve směru osy  $x$

$k < 0$        $k \in (-1; 0)$  roztažení ve směru osy  $x$  a  
překlopení podle osy  $y$

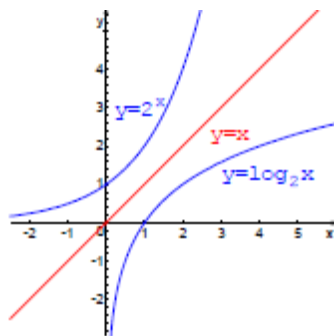
$k < -1$     stlačení ve směru osy  $x$  a překlopení  
podle osy  $y$

# Řešené příklady:

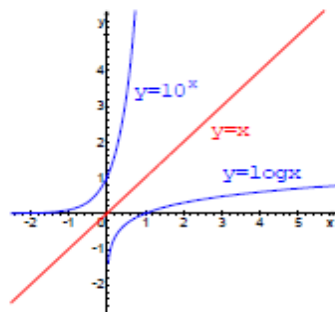
Nakreslete grafy funkcí a určete vlastnosti:

1.  $y = \log_2 x$

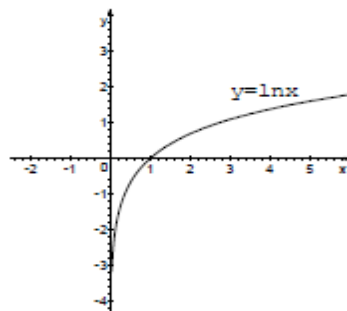
Graf sestrojíme souměrně podle osy I. a III. kvadrantu ke grafu funkce  $y = 2^x$



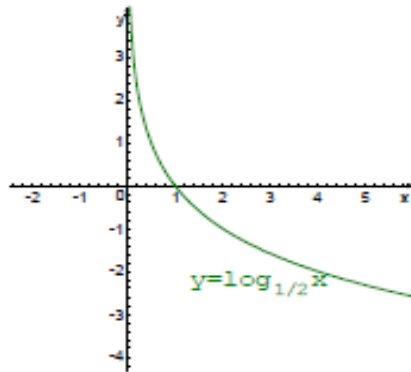
2.  $y = \log x$



3.  $y = \ln x$



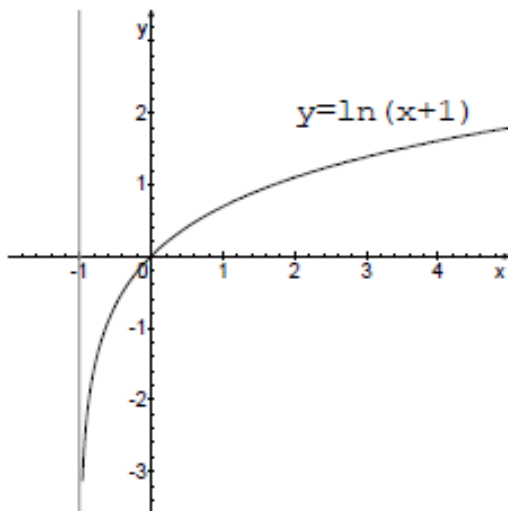
4.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$



5.  $y = \ln(x+1)$

Argument logaritmické funkce musí být kladný, proto  $x > -1$ .

Posuneme graf funkce  $y = \ln x$  o jednotku ve směru záporné poloosy  $x$ .



# Příklady k procvičení:

---

Načrtněte grafy funkcí a určete vlastnosti

1.  $y = \log(x - 2)$
2.  $y = \ln x + 1$
3.  $y = \log_{0,1}(x - 2)$
4.  $y = 3\log_{\frac{1}{2}} x$
5.  $y = \log 2x$
6.  $y = -2\log_4 x$
7.  $y = \log_2(x + 1) - 2$

8. Je dána funkce  $f: y = \log_4 x$ . Funkční hodnotě  $f(x) = -2$  je přiřazen argument

- A)  $x = 16$       B)  $x = \frac{1}{16}$       C)  $x = -16$       D)  $x = -\frac{1}{16}$       E)  $x = 8$

9. Definičním oborem funkce  $g: y = \log \frac{x}{x+1}$  je interval

- A)  $\mathbb{R} - \{-1\}$       B)  $(-\infty; -1) \cup (0; \infty)$       C)  $x < -1$       D)  $x \in \mathbb{R}$       E)  $x \in (-1, 1)$