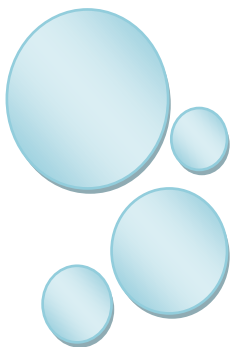


Funkce



Mgr. Jarmila Zelená

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



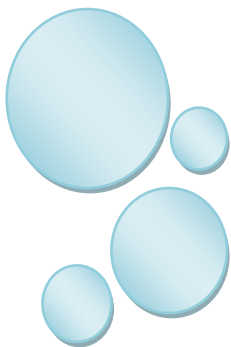
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Exponenciální funkce



VY_32_INOVACE_05_2_06_M2

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Exponenciální funkce

Exponenciální funkci nazveme každou funkci ve tvaru $y = a^x$, kde $a \in \mathbb{R} - \{1\}$. Je definována pro všechna $x \in \mathbb{R}$.

Zvláštní případ: $y = e^x$ – přirozená exponenciální funkce, kde $e = 2,718281828$ (Eulerovo číslo)

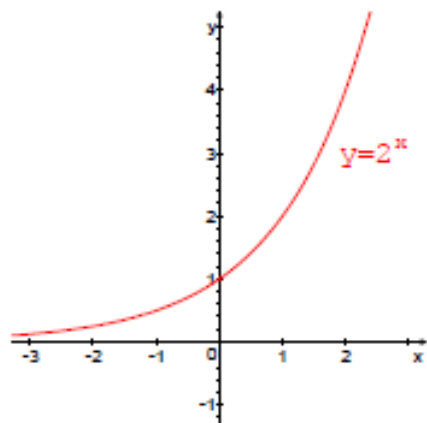
$$D_f = \mathbb{R}, H_f = \mathbb{R}^+$$

Grafem exponenciální funkce $y = a^x$ je exponenciální křivka procházející body $[0;1]$ a její průběh závisí na základě exponenciální funkce a .

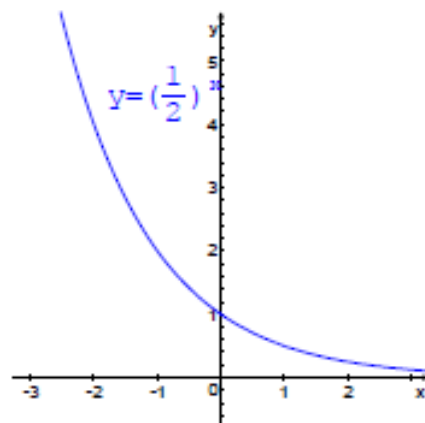
Pokud $a > 1 \Rightarrow$ **funkce je rostoucí** (např. $y = 2^x$, $y = e^x$, $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$)

Pokud $0 < a < 1 \Rightarrow$ **funkce je klesající** (např. $y = 0,2^x$, $y = 0,9^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$)

$$a > 1$$



$$0 < a < 1$$



$$D_{(f)} = R; H_{(f)} = R^+$$

Je zdola omezená.

Nemá v žádném bodě maximum ani minimum.

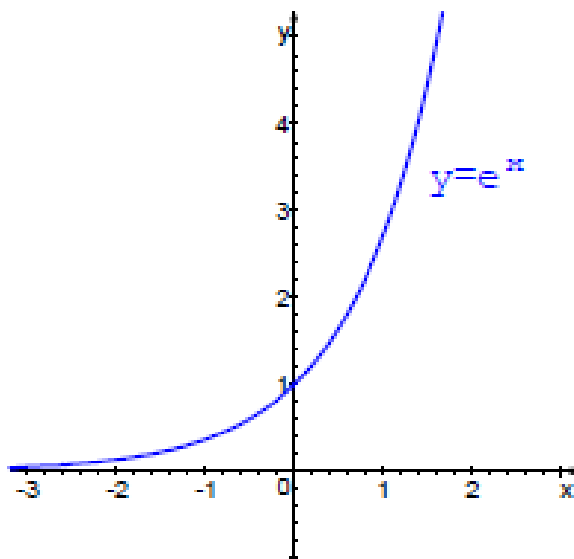
Funkční hodnota v bodě 0 je 1.

Je prostá, není sudá ani lichá.

Funkce je rostoucí.

Funkce je klesající.

Je-li základem exponenciální funkce Eulerovo číslo $e = 2,718281828\dots$, mluvíme o **přirozené exponenciální funkci** $y = e^x$



Řešené příklady:

Nakreslete grafy exponenciálních funkcí:

a) $y = e^x$

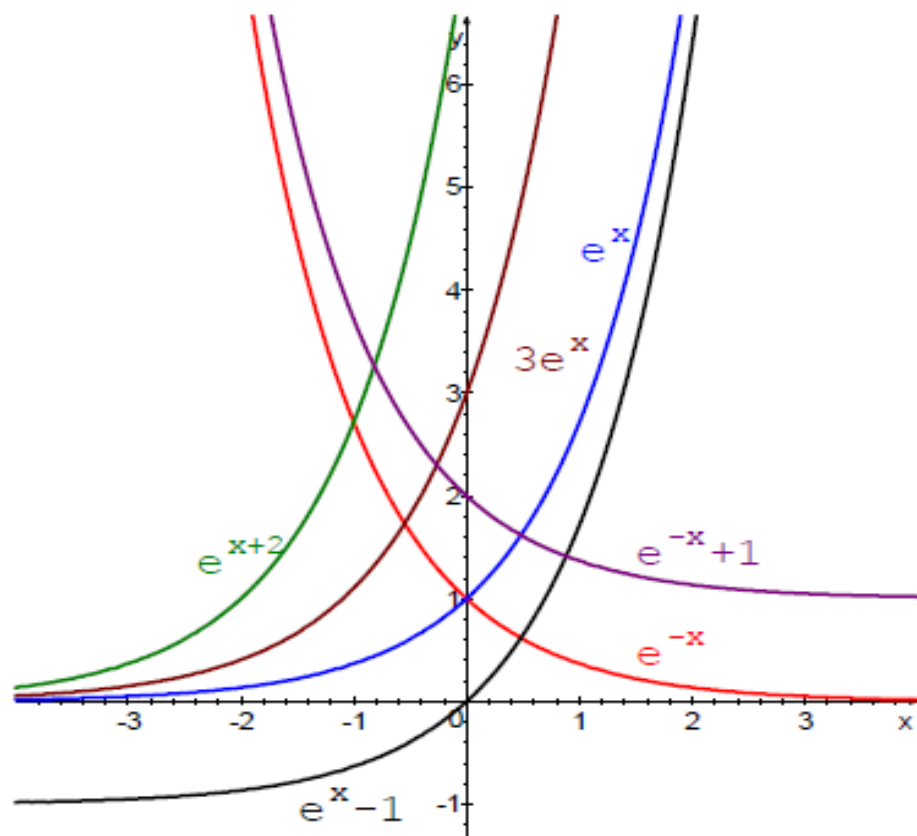
b) $y = e^{-x}$

c) $y = 3e^x$

d) $y = e^{x+2}$

e) $y = e^x - 1$

f) $y = e^{-x} - 1$



Transformace grafu funkce

Je dána funkce $y = f(x)$, jejíž graf je možné transformovat takto:

1. $y = -f(x)$ - symetrické překlopení grafu funkce podle osy x
2. $y = f(-x)$ - symetrické překlopení grafu funkce podle osy y
3. $y = f(x) + c$ - posun grafu funkce po ose y : pro $c > 0$ „nahoru“, pro $c < 0$ „dolů“
4. $y = f(x + c)$ - posun grafu funkce po ose x tak, že bod $[0; 0]$ se posune do bodu $[-c; 0]$, tj. do bodu, kde se „závorka“ (argument, exponent, ...) vynuluje
5. $y = |f(x)|$ - v bodech, kde je $f(x) \geq 0$ zůstává graf beze změny, v bodech, kde je $f(x) < 0$ dojde k jeho překlopení podél osy x

6. $y = f(|x|)$ - v bodech, kde je $x \geq 0$ zůstává graf beze změny, v bodech, kde je $x < 0$ dojde k jeho překlopení podél osy y

7. $y = k \cdot f(x)$, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$

$k \in (0; 1)$ stlačení ve směru osy y

$k > 0$

$k > 1$ roztažení ve směru osy y

$k < 0$

$k \in (-1; 0)$ stlačení ve směru osy y a překlopení podle osy x

$k < -1$ roztažení ve směru osy y a překlopení podle osy x

8. $y = f(k.x), k \in \mathbb{R} - \{0\}$

$k > 0$ $k \in (0; 1)$ roztažení ve směru osy x

$k > 1$ stlačení ve směru osy x

$k < 0$ $k \in (-1; 0)$ roztažení ve směru osy x a překlopení podle osy y

$k < -1$ stlačení ve směru osy x a překlopení podle osy y

Příklady k procvičení:

Načrtněte grafy funkcí a určete vlastnosti

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2. $y = 3^x$

3. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$

4. $y = 2^{x-1}$

5. $y = 10^x - 2$

6. $y = 0,1^{x+3} + 1$

7. $y = 3^{-x} - 1$

8. $y = -2^{x+1} + 2$

9. Je dána funkce $f: y = 0,25^x$. Hodnota $f(-1) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(-\frac{1}{2}\right)$ je rovna

A) 3,5

B) 1,5

C) 5,5

D) 3

E) 5

10. Pro která a je funkce $f: y = \left(\frac{2a+1}{2a-1}\right)^x$ rostoucí?

A) $a < \frac{1}{2}$

B) $a < 1$

C) $a > \frac{1}{2}$

D) $a > 0$

E) $a > -1$

11. Doplňte chybějící souřadnici bodu $M = [x; 16]$ grafu funkce f dané předpisem $y = 2^x$.