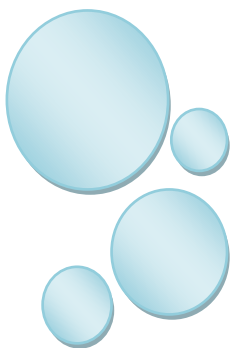


Rovnice



Jaroslava Vrbková

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



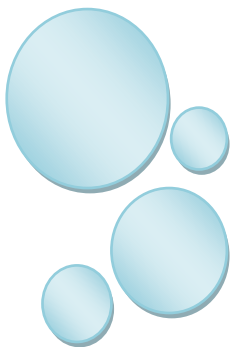
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Soustavy lineárních rovnic s více neznámými



VY_32_INOVACE_05_1_13_M2

Gymnázium, SOŠ a VOŠ
Ledeč nad Sázavou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Soustavy lineárních rovnic s více neznámými

Při řešení lineárních soustav s více neznámými se používají stejné ekvivalentní úpravy jako pro soustavy se dvěma neznámými, a navíc i některé další.

Ekvivalentní úpravy při řešení soustav rovnic s více neznámými:

1. Dosazení výrazu, kterým z jedné rovnice vyjádříme některou neznámou pomocí ostatních neznámých a dosadíme za příslušnou neznámou do jiné rovnice (**dosazovací metoda**)
2. Přičtením násobku některé rovnice soustavy k jiné rovnici této soustavy nebo k jejímu nenulovému násobku (**sčítací metoda**)

3. **Záměna pořadí rovnic**

4. **Vynechání rovnice**, která je násobkem jiné rovnice soustavy (zvláštním případem je vynechání rovnice, která je nulovým násobkem jiné rovnice soustavy, tj. vynechání rovnice typu $0x + 0y + 0z = 0$)

Př. Řešte metodou sčítací soustavu rovnic

$$3x - y + z = 5$$

$$x + y = 2/. (-3)$$

$$\underline{x - 4y + 2z = 3/(-3)}$$

1. krok: první rovnici ponecháme, druhou a třetí vynásobíme (-3) a postupně budeme sčítat s první rovnicí.

$$3x - y + z = 5 \dots\dots\dots \text{sečteme 1. a 2. pak 1. a 3.}$$

$$-3x - 3y = -6$$

$$\underline{-3x + 12y - 6z = -9}$$

$$-4y + z = -1/.5$$

$$11y - 5z = -4$$

2. krok: první rovnici vynásobíme 5, pak rovnice sečteme, vyloučíme z

$$-20y + 5z = -5$$

$$\underline{11y - 5z = -4}$$

$$-9y = -9 \quad /:9$$

y = 1 za y dosadíme do nějaké rovnice pouze se dvěma
proměnnými (y a něco), např. do rovnice:

$$11y - 5z = -4$$

$$11 \cdot 1 - 5z = -4$$

$$11 - 5z = -4$$

$$-5z = -15 \quad /:(-5)$$

z = 3 dosadíme do rovnice, kde je x

$$x + y = 2$$

$$x + 1 = 2$$

$$\underline{x = 1}$$

řešením je uspořádaná trojice $[1; 1; 3]$

Zkouška: $L_1 = 3 - 1 + 3 = 5$

$$P_1 = 5, \quad L_1 = P_1$$

$$L_2 = 1 + 1 = 2$$

$$P_2 = 2, \quad L_2 = P_2$$

$$L_3 = 1 - 4 + 6 = 3$$

$$P_3 = 3, \quad L_3 = P_3, \text{ řešením je uspořádaná trojice } \underline{[1; 1; 3]}$$

Při řešení soustav rovnic s více neznámými používáme Gaussovu eliminační metodu

1. Soustavu upravíme tak, aby **v první rovnici byl u neznámé, kterou zapisujeme jako první, nenulový koeficient**. Pokud tomu tak není přímo v dané soustavě, změníme pořadí rovnic, popř. změníme pořadí, v němž v rovnicích zapisujeme neznámé.

$$x + y + 2z = -1$$

$$2x - y + 2z = -4$$

$$\underline{4x + y + 4z = -2}$$

2. **První rovnici opíšeme, ke druhé a třetí rovnici** nebo k jejich nenulovým násobkům **přičteme** takové **násobky první rovnice, aby** v obou těchto rovnicích **neznámá** zapisovaná jako první **zmizela**.

$$x + y + 2z = -1 \quad | \cdot (-2) \quad | \cdot (-4)$$

$$2x - y + 2z = -4$$

$$\underline{4x + y + 4z = -2}$$

3. Soustavu upravíme tak, aby **v druhé rovnici byl u neznámé**, kterou zapisujeme jako druhou, **nenulový koeficient**. Pokud to je potřebné, můžeme navzájem vyměnit druhou a třetí rovnici nebo **změnit pořadí** zápisu druhé a třetí neznámé.

$$x + y + 2z = -1$$

$$-3y - 2z = -2 \quad | \cdot (-1)$$

$$\underline{-3y - 4z = 2}$$

4. **První a druhou** rovnici **opíšeme, k třetí rovnici** nebo k jejímu nenulovému násobku **přičteme** takový **násobek druhé rovnice**, aby v ní neznámá zapisovaná jako druhá zmizela.

$$-2z = 4$$

$$z = -2$$

$$x + 2 + 2 \cdot (-2) = -1$$

$$x + 2 - 4 = -1$$

$$x = 1$$

$$3y + 2 \cdot (-2) = 2$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

$$L_1 = x + y + 2z$$

$$L_1 = 1 + 2 - 4$$

$$L_1 = -1$$

$$P_1 = -1$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2 = 2x - y + 2z$$

$$L_2 = 2 - 2 - 4$$

$$L_2 = -4$$

$$P_2 = -4$$

$$L_2 = P_2$$

$$L_3 = 4x + y + 4z$$

$$L_3 = 4 + 2 - 8$$

$$L_3 = -2$$

$$P_3 = -2$$

$$L_3 = P_3$$

Řešením je uspořádaná trojice $[1; 2; -2]$

Př. Řešte Gaussovou eliminační metodou

$$2a - 2b + c = -4 \quad \text{za první rovnici posuneme druhou, která je jednodušší}$$

$$a - 3b - c = -3$$

$$\underline{a - 2c = -8}$$

$$a - 3b - c = -3 / \cdot (-2) \cdot (-1) \quad \text{první rovnici vynásobíme } (-2) \text{ a sečteme s}$$

$$2a - 2b + c = -4$$

$$\underline{a - 2c = -8}$$

druhou rovnicí. Pak opět první rovnici
vynásobíme (-1) a přičteme ke třetí

$$a - 3b - c = -3$$

$$0 + 4b + 3c = 2 / \cdot (-3)$$

$$\underline{3b - c = -5} / \cdot 4$$

první a druhou rovnici ponecháme, ve třetí rovnici
potřebujeme pouze c .

$$a - 3b - c = -3$$

$$4b + 3c = 2$$

$$\underline{0 \quad -13c = -26}$$

$$c = 2$$

$$4b + 6 = 2$$

$$b = -1$$

$$a + 3 - 2 = -3$$

$$a = -4 \quad ?$$

Z poslední rovnice vypočítáme c. Postupně

dosazujeme do 2. a 1. rovnice vypočtené hodnoty

dosadit do druhé rovnice

dosadit do první rovnice

řešením je uspořádaná trojice $[-4; -1; 2]$?

Zkouška. $L_1 = 2 \cdot (-4) - 2 \cdot (-1) + 2 = -8 + 2 + 2 = -4$

$$P_1 = -4, L_1 = P_1$$

$$L_2 = -4 - 3(-1) - 2 = -4 + 3 - 2 = -3$$

$$P_2 = -3, L_2 = P_2$$

$$L_3 = -4 - 2 \cdot 2 = -8$$

$$P_3 = -8, L_3 = P_3 \quad \text{Sešením je uspořádaná trojice } \underline{[-4; -1; 2]}$$

PŘÍKLADY NA PROCVIČENÍ

Př. Řešte v R soustavy rovnic a proveďte zkoušky

a) $3x - y + z = 5$

$$x + y = 2$$

$$\underline{x - 4y + 2z = 3}$$

b) $2a - 2b + c = -4$

$$a - 3b - c = -3$$

$$\underline{a - 2c = -8}$$

b) $5x - y + 3z = 14$

$$-x + 2y - 3z = -4$$

$$\underline{3x - 4y + z = 0}$$

b) $t + 4u - v = 8$

$$3t - 6u + 2v = 9$$

$$\underline{2t - u - 3v = 19}$$

c) $0,5x - 0,2y + 0,1z = 5$

$$2x = z - y$$

$$0,1x + 0,1y - 0,2z = -5$$

d) $t + u + v = 0$

$$0,2t - 0,6u + 0,5v = -2$$

$$-0,3t + 0,1u - 0,7v = -4$$